

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию
Тихоновой Ирины Михайловны
«Применение метода Галеркина в краевых
задачах для уравнений смешанного типа»,
представленную на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук по специальности
01.01.02 – дифференциальные уравнения,
динамические системы и оптимальное управление

Актуальность избранной темы

Уравнения в частных производных смешанного типа представляют значительный интерес для исследователей на протяжении последних почти ста лет, как теоретический, так и практический, обусловленный использованием таких уравнений в прикладных задачах при математическом моделировании различных реальных процессов. Отметим результаты, полученные при исследовании уравнений смешанного типа в работах А.В.Бицадзе, М.М.Смирнова, А.М.Нахушева, Е.И.Моисеева, М.С.Салахитдинова, Т.Ш.Кальменова, А.Г.Кузьмина, В.Н.Врагова, Б.А.Бубнова, И.Е.Егорова, С.Г.Пяткова.

Важными и хорошо зарекомендовавшими себя методами исследования таких уравнений являются проекционные и проекционно-разностные методы, в частности метод Галеркина, позволяющие как исследовать качественные вопросы разрешимости начально-краевых задач для уравнений в частных производных, так и осуществлять численный поиск приближенных решений таких задач.

Тему исследования, посвященного развитию эффективного класса методов для вызывающего интерес класса уравнений, считаю актуальной.

Содержание работы

Диссертационная работа состоит из двух глав, в каждой из которых рассматривается одна из вариаций метода Галеркина. В первой главе исследован стационарный метод Галеркина, использующий собственные функции оператора Лапласа по всем переменным, включая временную. Приближенные решения исследуемых начально-краевых задач для уравнения смешанного типа второго или высокого четного порядков (задача Врагова и подобные ей) представляются в виде частичных сумм ряда Фурье по таким собственным функциям, коэффициенты в которых определяются из соответствующих уравнению алгебраических уравнений. Получены теоремы о существовании и единственности решения для таких задач, о сходимости галеркинских приближений к точному решению и об оценке этой сходимости через соответствующее по номеру собственное значение оператора Лапласа.

Во второй главе исследуются аналогичные задачи для уравнений второго порядка, при этом в основе галеркинских приближений лежат собственные функции оператора Лапласа только по пространственным переменным, а зависящие от временной переменной коэффициенты при собственных функциях в представлении приближенного решения определяются с помощью соответствующих краевых задач для систем обыкновенных дифференциальных уравнений. При этом изначально рассматриваются уравнения, возмущенные третьей производной по времени с малым параметром. Доказаны теоремы об однозначной разрешимости невозмущенно-

го уравнения, о сходимости галеркинских приближений к решению задачи и об оценке этой сходимости через следующее собственное значение и малый параметр.

Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации

Все утверждения в диссертации являются точными, они тщательно и полностью обоснованы с использованием строгих и корректных математических рассуждений.

Достоверность и новизна исследования, полученных результатов, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации

Полученные в диссертации результаты являются новыми и достоверными, представляют несомненный научный интерес. Они согласуются с известными ранее результатами теории дифференциальных уравнений.

Значимость для науки и практики полученных автором результатов

Результаты диссертационной работы вносят вклад в развитие теории дифференциальных уравнений, в частности теории уравнений смешанного типа, в развитие метода Галеркина исследования начально-краевых задач для уравнений в частных производных.

Конкретные рекомендации по использованию результатов и выводов диссертации

Результаты и выводы диссертации могут быть использованы при постановке начально-краевых задач для возникающих в прикладных исследованиях уравнений смешанного типа, при поиске численного решения этих задач и оценке соответствующей погрешности. Кроме того, развитая теория может быть распространена на близкие классы уравнений.

Содержание диссертации, ее завершенность

Диссертация представляет собой целостное, завершенное исследование на заданную тему.

Достоинства и недостатки в содержании и оформлении диссертации

Отметим следующие недостатки диссертации:

1. В диссертации очень тщательно исследованы все поставленные задачи, однако не хватает некоторого взгляда со стороны на полученные результаты. Например, не объясняется, почему для каждого из рассмотренных уравнений выбраны именно такие случаи смены типа (гиперболический на нижнем основании цилиндра и гиперболо-параболический на верхнем, эллиптический на обоих основаниях и т. д.). Возникает вопрос: другие случаи смены типа сводятся к рассмотренным, или должны быть исследованы аналогичным образом, или не могут быть исследованы по каким-то причинам? Не объясняется также выбор конкретных начально-краевых задач: задача В.Н.Врагова, первая и вторая краевая задачи. Этим различные задачи такого вида исчерпываются или другие задачи исследуются аналогично?

2. Работа очень аккуратна в математическом смысле, однако не является такой в смысле оформления.
Хватает опечаток, иногда не достаёт скобок в формулах (на с.35 – дважды). Режет глаз обозначение максимума наклонным шрифтом.
Обозначение производной по переменной с помощью нижнего индекса ни в диссертации, ни в автореферате не поясняется, при этом для функции, уже имеющий некоторый нижний индекс, оно выглядит неестественным. На с.44 автор иногда с этим борется, вставляя запятую между прежним нижним индексом и индексом производной, но здесь же забывает это делать.
Некорректным выглядит формулировка используемого во многих утверждениях условия «Пусть коэффициент $c(x)$ достаточно большой».
3. Недостатком автореферата является то, что из его текста совершенно не ясно, зачем нужны используемые повсеместно функции $\xi(t)$ и $\eta(t)$. Лишь из Лемм 1.1.2 и 1.2.2 и т. д. уже в тексте диссертационной работы становится ясным их смысл.

Несмотря на указанные недостатки, в целом диссертация производит очень хорошее впечатление. Тема диссертации соответствует паспорту специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертационной работы. Все основные результаты своевременно опубликованы в 17 печатных работах, из которых 7 – в изданиях из Перечня рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук. Результаты диссертации прошли достаточную апробацию и были доложены на многих научных конференциях.

**Заключение о соответствии диссертации критериям,
установленным Положением о присуждении ученых степеней**

Таким образом, диссертационная работа И.М. Тихоновой на соискание ученой степени кандидата наук является научно-квалификационной работой, в которой содержится решение задачи качественного и численного исследования некоторых классов уравнений смешанного типа методом Галеркина, имеющей несомненную научную значимость для специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление. Считаю, что диссертация работа «Применение метода Галеркина в краевых задачах для уравнений смешанного типа» удовлетворяет всем требованиям Положения о присуждении учёных степеней, а ее автор И.М. Тихонова заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Официальный оппонент

Доктор физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, профессор, заве-

дующий кафедрой математического анализа Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Челябинский государственный университет».

Контактная информация:

Почтовый адрес: 454001, Челябинск, ул. Братьев Кашириных, 129, ЧелГУ.

Факс: (351) 742-09-25.

Сайт: www.csu.ru.

Телефон: (351) 799-72-35.

E-mail: kar@csu.ru.



Федоров Владимир Евгеньевич

12.03.2018

